تزويدالفكر والهمم في تبيين النسب واللوغاريدم

عبدالله محمد شمبريكا

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

الحمد لله الذى لايحيط بنعمه نسبة من الحساب ولايشمل اعداد فضله مرتبة من المراتب وصلى الله على سيدنا محمد خير العالمين وعلى آله وأصحابه اجمعين اما بعد . فهذه رسالة لطيفة فى النسب واللوغاريدم وضعتها وسيلة للفتح من الحساب الصعب والمبهم وصدّرتها بمقدّمة فى الاعشارية الشهيرة ليكون الشارع على البصيرة وأرجومن الله ان يجعلها صالح الاعمال واطلب من الطالبين والناظرين الدعاء لنيل الآمال .

المقدمة فى الاعشارية

الاعشارية هي الكسور المنسوبة الى الاعشار وكل مرتبة من مراتبها عشرمافى يسارها مثل الصحيح فانظر فى هذا العدد ٢٢٢٢ فكل عدد من آحاد هذا المجموع له حيثيتان حيثية الكم وحيثية المرتبة وفى الكم كل من هذه الاربعة سواء لانه اثنان ولكن فى المرتبة متفاوتة فالعدد الاول من اليسار هو فى مرتبة الالف والثانى فى مرتبة المأة والثالث فى مرتبة العشرة والرابع فى مرتبة الواحد.

وعلى هذا المنوال نسير فى الكسور فكل من آحاد الكسور الاعشارية عشر مافي يساره فى الرتبة واذا نسب الى ما بعد ذلك فى اليسار يكون جزأ واحدا من المأة ثم جزء من الالف وهكذا ففى عدد ١١١١ اذا فرض كسرا اعشاريا الواحد الاول من اليسار $^{1}/_{10}$ والثانى $^{1}/_{100}$ والثالث $^{1}/_{1000}$ والرابع $^{1}/_{10000}$ وقدر المجموع $^{1111}/_{10000}$ واذا تم مرتبة الصحيح يرقم علامة ليعلم انّ ما بعدها كسور وهي هكذا (،) ففى ١،٥الخمسة كسر والواحد صحيح وقدر الكسر $^{5}/_{10}$ اي $^{1}/_{2}$ وقدر المجموع $1\frac{1}{2}$واحد ونصف،

واذا تحول موضع العلامة تغير قدر العدد مثلا ٢٢،5 قدره نصف واثنان وعشرون و25، ٢ قدره ربع واثنان لأن ،٢٥ المقصود منه $^{25}/_{100}$ وضرب الاعداد فى مراتب العشرة وكذا

القسمة عليها يكفى فيهما تحويل العلامة يمينا ويسارا واذا لم يف المراتب يوضع الاصفار مثلا

١) ٢٥‘٢٤ x ١٠ = ٢٥٢‘٤

٢) ٢٥‘٢٤ x ١٠٠ = ٢٥٢٤

٣) ٢٥‘٢٤ x ١٠٠٠ = ٢٥٢٤٠ وهكذا

٤) ٢٥‘٢٤ | ١٠ = ٢‘٥٢٤

٥) ٢٥‘٢٤ | ١٠٠ = ‘٢٥٢٤

٦) ٢٥‘٢٤ | ١٠٠٠ = ‘٠٢٥٢٤

فاذا زاد عدد الاصفار مراتب العشرة على عدد آحاد الكسر يوضع الاصفار بقدر الزيادة يمين مجموع الآحاد فى الضرب ويساره فى القسمة

الضرب فى غير العشرة ومراتبها

اذا اردت ضرب الكسور الاعشارية فى غير العشرة ومراتبها فاضرب مثل ما تضرب الصحاح ثم عد الاحاد الكسرية الاعشارية فى المضروب والمضروب فيه ومجموعها عدد آحاد الكسر من اليمين فى حاصل الضرب مثلا

١) ٥٣‘٢٤ x ٦ = ٣١٩‘٤٤ ٢) ٥٣‘٢٤ x ١‘٢ = ٦٣‘٨٨٨ ٣) ٧‘ × ٥‘ = ‘٣٥

القسمة على غير العشرة ومراتبها

اذااردت القسمة على غير العشرة ومراتبها فافرض من المقسوم عليه عددا صحيحا وغيّر المقسوم تغيّرا مناسبا اي اجعل من احاد الكسور المقسوم صحيحا مثل عدد آحاد الكسور فى المقسوم عليه فان لم يف فضع الاصفار ، ثم اقسم كما عرفت مثلا (١) ٤‘٥٥٧÷‘٣١

فالتغير $\frac{‘٥٥٧}{٤} = \frac{455‘7}{٣١}$

31) 455‘7 (14‘7
31
145
124
217
217

(٢) 62‘5 ÷ ‘25 $\frac{62’5}{‘25} = \frac{6250}{25}$

٢٥) ٦٢٥٠ (٢٥٠
٥٠
١٢٥

تحويل الكسور الاعشارية الى الكسور المعروفة

عدّالآحاد من الكسور الاعشارية واجعل بعددها اصفارا يمين الواحد واجعلها مخرج الكسر وانسب اليهاارقام الكسور مثلا

(١) ‘٢٥ = $\frac{25}{100}$ اى $\frac{1}{4}$ (٢) ١‘٢٥ = $1\frac{25}{100}$ = 1¼

٣) ‘٣٢٥ = $\frac{325}{1000} = \frac{13}{40}$

تحويل الكسور المعروفة الى الاعشارية

اقسم صورة الكسرعلى المخرج فان لم تستطع فاجعل يمين صورة الكسر صفرا فان لم يف فاجعل صفرين وهكذا ثم اقسم فان بقى شيئ فاجعل يمين الباقى صفرا ثم اقسم ذلك ايضا حتى ينعدم اوتكتفى ثم عد اصفارالموضوعة واجعل مثل عددها من خارج القسمة كسورا اعشارية اي اجعلها يمين العلامة مثلا

(١) ½ = ‘٥ (٢) $\frac{12}{5}$ = 2‘4 (٣) ١٢ج ـ ١٥ق والدقائق اذا جعلناها درجة تصير هكذا $\frac{15}{60}$ =

٦٠)١٥٠٠ (‘٢٥
١٢٠
٣٠٠
٣٠٠

فالمطلوب هكذا ١٢‘٢٥ درجة

الجمع والطرح : الجمع والطرح كما عرفت ولاتغفل عن العلامة

مثلا الجمع

(١)

12‘35
10‘05
‘24
13‘10
35‘74

(٢)

٥‘٧٨
٢‘٩٧٣
٨‘٧٥٣

الطرح

(١)

23‘25
20‘24
3‘01

(٢)

23‘25
18‘30
4‘95

لوغاريدم Logarithm

قد بين فى الجبر والمقابلة احوال المرتبة **(Power)** بيانا واضاحا، فاذا كان $ح^{١}$ شيئا $فح^{٢}$ المال $وح^{٣}$ الكعب $وح^{٤}$ مال المال وهكذا فكل من١ و٢ و٣ و٤ يقال له المرتبة واللوغاريدم هذه المرتبة ولكن بحيثية مخصوصة ستطلع عليها وساعرّفها ان شاء الله تعالى فى الموضع المناسب، واضع هناالمهمات من قواعد المراتب لزيادة الفائدة فى المطالب.

قواعد المراتب

لايخفى ان ح٥ معناه ح×ح×ح×ح×ح وفى هذا المثال ح بيان لكمية العدد و "٥" بيان لمرتبته اعنى بيان لكمية ضربه فى نفسه ، وبالجملة $ح^{د}$ = ح×ح×ح× ....الى د فالمراد بح ^{د} ح بمرتبة د

(١) قاعدة الضرب:

$ح^{٣}$ = حاصل ضرب ح فى نفسها ثلث مرات

$ح^{٤}$ = حاصل ضرب ح فى نفسها اربع مرات

$ح^{٣}×ح^{٤}$ = حاصل ضرب ح فى نفسها ثلث مرات واربع مرات اى $ح^{٣+٤} = ح^{٧}$ وبالجملة $ح^{د}×ح^{و} = ح^{د+و}$

جمع المرات والمجموع مرتبة الاصل

مثلا $٥^{٣} × ٥^{٤} = ٥^{٣+٤} = ٥^{٧}$ = ٥×٥×٥×٥×٥×٥×٥ = ٧٨١٢٥

(٢) قاعدة القسمة : $ح^{٥}$ = ح×ح×ح×ح×ح

$ح^{٣}$ = ح×ح×ح

$ح^{٥}÷ح^{٣} = \frac{ح×ح×ح×ح×ح}{ح×ح×ح}$

اذا قسمت هكذا انعدم ثلث مراتب وبقي مرتبتان فى المقسوم فظهر ان $ح^{٥} ÷ ح^{٣} = ح^{٥-٣} = $ **$ح^{٢}$**

وبالجملة $ح^{د}÷ ح^{و} = ح^{د-و}$

اى طرح مرتبة المقسوم عليه من مرتبة المقسوم والباقي مرتبة الاصل مثلا $٥^{٤}÷٥^{٢} = 5^{4-2} = ٥^{٢}$ = ٥×٥ = <u>٢٥</u>

وايضا $ح^{٤}÷ح^{٦} = \frac{ح×ح×ح×ح}{ح×ح×ح×ح×ح×ح}$

فاالخارج $\frac{1}{ح×ح} = \frac{1}{ح^{٢}}$ ثم اعمل هذا على قاعدةالقسمة هكذا

$ح^{٤}÷ح^{٦} = ح^{٤-٦} = ح^{-٢}$ فظهر ان $\frac{1}{ح^{٢}}$ مساو لح $^{-٢}$

قاعدة المراتب(Law of Power)

انظر $(ح^{٤})^{٣} = ح^{٤}×ح^{٤}×ح^{٤}$

وعلى قاعدة الضرب $ح^{٤+٤+٤} = ح^{١٢}$ وهو يساوى $ح^{٤×٣}$ فبان ان

$(\text{ح}^{٤})^{٣} = \text{ح}^{٤\times٣}$ وبالجملة $(\text{ح}^{\text{د}})^{\text{و}} = \text{ح}^{\text{دو}}$ $(\text{ح}^{\text{د}\times\text{و}})$ ضرب المرتبة فى المرتبة والحاصل مرتبة الاصل

المرتبة الكسرية

$\text{ح}^{½}\times\text{ح}^{½} = \text{ح}^{½+½} = \text{ح}^{١}$ اى ح (على قاعدة الضرب) فعلم ان $\text{ح}^{½}$ هي التي اذا ضربت فى نفسها يكون الحاصل ح وبعبارة اخرى

$\text{ح}^{½}$ = جذر ح ($\sqrt{}$ علامة الجذر) وبالجملة $\text{ح}^{½} = \sqrt{\text{ح}}$

على هذا $\text{ح}^{¼}\times\text{ح}^{¼}\times\text{ح}^{¼}\times\text{ح}^{¼} = \text{ح}^{¼+¼+¼+¼} = \text{ح}$

فاذاح $^{¼} = \sqrt[٤]{\text{ح}}$ (جزأ مال المال)

وايضا $\text{ح}^{⅔}$ اذا ضربنا هكذا $\text{ح}^{⅔}\times\text{ح}^{⅔}\times\text{ح}^{⅔}$

فالحاصل $\text{ح}^{٢}$ فظهر ان $\text{ح}^{⅔}$ جزأ الكعب لح ^{٢}

ونرمز اليه هكذا $\text{ح}^{⅔} = \sqrt[٣]{\text{ح}^{٢}}$ فح $^{٤/٧} = \sqrt[٧]{\text{ح}^{٤}}$

وبالجملة $\text{ح}^{\text{و}/\text{د}} = \sqrt[\text{د}]{\text{ح}^{\text{و}}}$ (جزأ المخرج لمرتبة صورة الكسر)

مرتبة الصفر

$\text{ح}^{\text{د}} \div \text{ح}^{\text{د}} = ١$ ، وعلى قاعدة القسمة

$\text{ح}^{\text{د}} \div \text{ح}^{\text{د}} = \text{ح}^{\text{د}-\text{د}} = \text{ح}^{٠}$

فح $^{٠} = ١$ و $5^{0} = ١$

المرتبة الناقص :

$\text{ح}^{-\text{د}}\times\text{ح}^{\text{د}} = \text{ح}^{-\text{د}+\text{د}} = \text{ح}^{٠} = ١$

فعلم ان $\text{ح}^{-\text{د}}$ اذا ضرب فى $\text{ح}^{\text{د}}$ يكون الحاصل ١

فح $^{-\text{د}} = \frac{1}{\text{ح}^{\text{د}}}$ بقسمة الواحد على $\text{ح}^{\text{د}}$

على هذا $\frac{١}{\text{ح}^{-٢}} = \text{ح}^{٢}$

وبالجملة $\frac{1}{\text{ح}^{-\text{د}}} = \text{ح}^{\text{د}}$

تفهيم اللوغاريدم : اوضح معناه على طريقة المثال قبل ذكر التعريف لانه اذا اتضح الامر لدينابالمثال ينتقش معانى التعريف فى الذهن بالسهولة فاعتبرحق الاعتبارمايلى :

$١٠^{٠،٥} = 10^{½} = \sqrt{١٠} = ٣،١٦٢$

و $10^{١،٥} = 10^{1+½} = ١٠^{١}\times10^{½}$ (على قاعد ة الاولى)

$= ١٠ \times ٣،١٦٢ = ٣١،٦٢$

ايضا $١٠^{¼} = (١٠^{½})^{½}$ (على قاعدة المراتب)

$= \sqrt{١٠^{½}} = \sqrt{٣،١٦٢} = ١،٧٨$

ايضا $10^{⅛} = (10^{¼})^{½} = \sqrt{١،٧٨} = ١،٣٣$

فيمكن ان يوضع جدول للاعداد والمراتب هكذا : والمراتب تدل على ان الاعداد الموازية تكون فى اي مرتبة لعدد ١٠

المرتبة	العدد
،١٢٥	١،٣٣
،٢٥	١،٧٨
،٥	٣،١٦٢
١،٥	٣١،٦٢

فحينئذ اذا اردنا ضرب ١٠ فى ٣‘١٦٢ سهل الامرلناباستعمال هذا الجدول لان مرتبة ١٠ على ماعلمنا هو١ ومرتبة٣‘١٦٢ هو½ فاذا هو ١٠×١٠^½ = ١٠^(١+½) = $10^{1'5}$ والجدول ينطق بان ١‘٥= ٣١‘٦٢ وذالك هو الحاصل

فاذا جريناالاعمال بهذه الطريقة اضطررنا الى جدول تام للمراتب والاعداد ‘ والمرتبة فيه تدلّ على ان العدد الموازى لها يكون فى ايّ مرتبة من المراتب لعدد خاصّ‘ والعدد الخاص فى مثالنا المذكور ١٠ وهذا الجدول يقال له ‘ جدول لوغاريدم (Table of logarithm) والعدد الخاص نقول هو الاس (Base) وكثيرا ما وضعت الجداول على اسّ ١٠

التعريف : لوغاريدم ايّ عدد كان لأسّ مخصوص هوالمرتبة التي يرفع اليها ذلك الاسّ ليحصل ذلك العدد

مثلا ٣٥٢ = $10^{2'5465}$

فاذا 2’5465 = لوغاريدم لعدد ٣٥٢ لأسّ ١٠ وعلى الاختصار نرقم هكذا ٢‘٥٤٦٥= لوغ١٠ ٣٥٢

الجزء الصحيح من لوغاريدم

(Characteristic of logarithm)

كثيرا يوجد فى اللوغاريدمات الصحاح والكسورمعا‘ مثلا لوغ ١٠ ٥٥٢ = ٢‘٧٤١٩ الاثنان صحيح والبواقى كسور والجزء الصحيح لايوجد فى الجداول لانه يمكن لنا تعيين ذلك بالتفتيش فانظر فيما يلى

١٠^٠ = ١ لوغ ١ = ٠

١٠^١ = ١٠ لوغ ١٠ = ١

١٠^٢ = ١٠٠ لوغ ١٠٠ = ٢

١٠^٣ = ١٠٠٠ لوغ ١٠٠٠ = ٣

قدبان لنا من هذه ان الجزأ الصحيح من اللوغاريدم لما بين الصفروالعشرة هو (٠) ولما بين العشرة والمأة هو(١) ولما بين المأة والالف هو (٢) وهكذا والجزأ الصحيح من اللوغاريدم هو عدد البسائط والاصفار فى الجزأ الصحيح فى الذى طلب لوغاريدمه الا واحدا مثلا الجزء الصحيح من اللوغاريدم لعدد ٥٣٢٤‘٢ = ٣

و ٥٣٤‘٢٢ = ٢

و ٥٣‘٤٢٢ = ١

و ٥‘٣٤٢٢ = ٠

الجزء الكسرى من لوغاريدم(Mantissa of logarithm)

علمنا احوال جزأ الصحيح والآن نوضح احوال الحزأ الكسرى فانظر هذا المثال

لوغ ١٠ ٣٢١‘٣ = ٢‘٥٠٦٩ ∵ ٣٢١‘٣ = ١٠^٢‘٥٠٦٩

٣٢١‘٣ ÷ ١٠ = $10^{2'5069} \div 10^{1}$

∵ ٣٢‘١٣ = $10^{2'5069-1}$ = $10^{1'5069}$

فاذا لوغ ١٠ ٣٢‘١٣ = ١‘٥٠٦٩

وكذلك لوغ ١٠ ٣‘٢١٣ = ‘٥٠٦٩

ولوغ ١٠ ٣٢١٣ = ٣‘٥٠٦٩

فعلم انه اذا ضرب ايّ عدد فى مرتبة للعشرة او قسم عليها لايتغير الجزأ الكسريّ من لوغاريدمه ويتغيرالجزء الصحيح منه فالاعداد التى كانت بالارقام المتماثلة يكون الجزء الكسرى من لوغاريدمها

واحدا بعينه وانّما الاختلاف فى الجزء الصحيح فقط .

جدول اللوغاريدم

فهمنا الحاجة الىجدول تام للوغاريدم وبينّاحوال الجزأ الصحيح والكسرى منه والان نبين كيفية وضع الجدول وحيثية قرأته

لوغاريدم   بيوت الفضل

عدد	لوغ	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢٠	٣٠١٠	٢٠٣٢	٣٠٥٤	٣٠٧٥	٣٠٩٦	٣١١٨	٣١٣٩	٣١٦٠	٣١٨١	٣٢٠١	٢	٤	٦	٨	١١	١٣	١٥	١٧	١٩
٢١	٣٢٢٢	٣٢٣٤	٣٢٦٣	٣٢٨٤	٣٣٠٤	٣٣٢٤	٣٣٤٥	٣٣٦٥	٣٣٨٥	٣٤٠٤	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٢٢	٣٤٢٤	٣٤٤٤	٣٤٦٤	٣٤٨٣	٣٥٠٢	٣٥٢٢	٣٥٤١	٣٥٦٠	٣٥٧٩	٣٥٩٨	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٥	١٧

هذه حصة من جدول كامل للوغاردم والبيت الاول للعدد المطلوب لوغاريدمه من ١٠ الى ٩٩ وفى البيت الثانى الكسور الاعشارية للوغاريدمه اى الجزأ الكسرى من اللوغاريدم والجزأ الصحيح لم يثبت فى الجدول كما سبق ، فاذا اردنا ان نأخذ لوغاريدم عدد ٢١ نجد فى البيت الثانى الجزأ الكسرى منه ومعلوم ان الجزأ الصحيح له واحد فلوغ ,. ٢١ =١٠٣٢٢٢ واذا كان مع العدد المطلوب لوغاريدمه بسيط ثالث يطلب لوغاريدمه فى البيت المناسب من اللبيوت التسعة التى تلى بيت الوغ مثلا اردنا لوغ., ٢١٠٢ فوجدناه فى البيت الذى تحت رقم ٢ هكذا ٣٢٦٣ وكتبنا الصحيح فكان ١٠٣٢٦٣ وان كان مع العدد بسيط رابع يطلب لوغاريدم ذلك الرابع فى البيت المناسب من بيوت الفضل ويجمع مع ماوجدلما قبله من البسائط مثلا اردنا لوغ ,. ٢١٠٣٢ وجدنا فى بيت عدد٣ هذا ٣٢٨٤ وفى بيت الفضل لعدد ٢ هذا ٤ وجمعناهما ووضعنااللصحيح فصار١٠٣٢٨٨ وهوالمطلوب

لوغاريدم عكسى (Anti Logarithm)

الجدول السابق ليوخداللوغاريدم لعدد معلوم وهناك جدول آخر ليوخد العدد المناسب للوغاريدم معلوم ويقال لذلك لوغاريدم عكسى (Logarithm) والمثبت فى البيت الاول من ذلك الجدول هو اللوغاريدم وفى البيوت التالية الاعداد، ولايوجد فى بيوت اللوغاريدم الجزأ الصحيح انمايوجد فيها الجزأ الكسرى والطّالب يعلم أن الجزأ الصحيح من اللوغاريدم انّما هو لتعين قدر العدد لالتعيين البسائط وكميتها ويمكن له تعيين ذلك القدربالجزأ الصحيح الذى معه بالبيان الذى ذكر فى باب " الجزأ الصحيح من لوغاريدم " مثلا اردنا العدد للوغاريدم ٢٠٣٢٥٤ فاخرنا البحث عن الجزأ الصحيح ٢ وطلبنا العدد للوغ ٣٢٥٤ اى فى جدول لوغاريدم عكسى فوجدناه ٢١١٥ ثم رجعنا الى الصحيح ٢ فعلمنا ان معناه ان العدد المؤخود من البيوت فيه ثلاث بسائط صحيحة والباقى كسر فصار ذلك العدد هكذا ٢١١٠٥

لوغاريدم الكسور

لوغاريدم الكسوريكون ناقصا فى كل حال، ولاهل هذاالفن اصطلاح خاص لكتابة هذا الناقص ينبغى على الطالب ان يطلع عليه، وقد علمنا فيما سبق

ان $١٠^{١} = ١٠$

$١٠^{٠} = ١$

$١٠^{-١} = \frac{1}{10} = ٠١$

$١٠^{-2} = \frac{1}{10^2} = ٠٠١$ وهكذا

فظهر ان لوغ ,. ١٠ = ١، ولوغ ,. ٠١ = ١ ولوغ ,. ١ = ٠ ولوغ ,. ٠٠١ =٢- وهكذا وبالجملة الجزأ الصحيح من اللوغاريدم الناقص

يكون مازاد بواحد على عدد الاصفار بعد النقطة الاعشارية (Decimal Point)

وقدعلمنا فى باب الجزأ الكسرى من لوغاريدم ان العددالمعين اذا قسم علىعشرة يحصل لنا لوغ الخارج بطرح واحد من لوغ المقسوم

وهذه القاعدة جارية فىالنواقص وعلى هذا

لوغ ١٠ ٢٠،٤ = ١،٣٠٩٦

ولوغ ١٠ ٢،٠٤ = ٠٣٠٩٦

ولوغ ١٠ ،٢٠٤ = ١،٣٠٩٦-

ولوغ ١٠ ،٠٢٠٤ = ٢،٣٠٩٦- وهكذا

ففى هذاالمثال لوغ ١٠ ،٢٠٤ = ١،٣٠٩٦- = ،٦٩٠٤-

وهذا ليس مثل ما فى الصحيح لان الكسور لايتغيرفيه وانما التغير فيه للجزأ الصحيح فقط فارادوا التوفيق وان يبقوا الكسور زائدة لا ناقصة ، واستقبحوا ان يكتبوا ذلك هكذا لوغ ١٠ ،٢٠٤ = ١،٣٠٩٦- فتركوا الصحيح ناقصا ورقموا علامة النقص فوق العدد وتركوا الكسور زائدة

فلوغ ١٠ ،٢٠٤ = ١̅،٣٠٩٦

ولوغ ١٠ ،٠٢٠٤ = ٢̅،٣٠٩٦

ولوغ ١٠ ،٠٠٢٠٤ = ٣̅،٣٠٩٦ وهكذا

فاذا قيل لك اطلب العدد الذى لوغاريدمه ٣̅،٢٤٣٦ فمن جدول لوغاريدم عكسى تجد العدد للجزأ الكسرى من المذكور هكذا ١٧٥٢، ولاجل ان الصحيح الناقص ههنا هو ٣̅ نعلم ان هناك صفرين يسارهذا العدد وقبل النقطة فالعدد لوغ ٣̅،٢٤٣٦ هو ،٠٠١٧٥٢

ولزيادة الفائدة نكتب امثالا للعمل باللوغاريدم الناقص

الجمع
١̅،١٧٢٥
٢̅،٢٢٣٦
٠،١٤٢٧
٣̅،٦٥١٣
٥̅،١٩٠١

الطرح
١̅،٣٢٧٦
،٥١٦٥
٤

الضرب (١) ٢̅،٨٤٢٥×٣ = ٤̅،٥٢٧٥ (٢) ١̅،٤٢٧٨ ×١،٥

والاولى فى الصورة الثانية الضرب فى الجزأ الصحيح والكسري عليحدة ثم الجمع بينهما هكذا ،٤٢٧٨×١،٥ = ،٦٤١٧٠

١̅ × ١،٥ = (١،٥)-

و١،٥ كله ناقص فيحوّل الكسر منه الى الزيادة فصار ٢̅،٥

والجمع
،٦٤١٧٠
٢̅،٥
١̅،١٤١٧٠

القسمة : ٥̅،٣٧١٦ ÷ ٣

اذا قسمنا يبق ٢- ولايصلح ان يلحق ذلك بالكسور الزائدة والحل هكذا ٥- = ٦- + ١ فصار هكذا ١،٣٧١٦ـ ٦

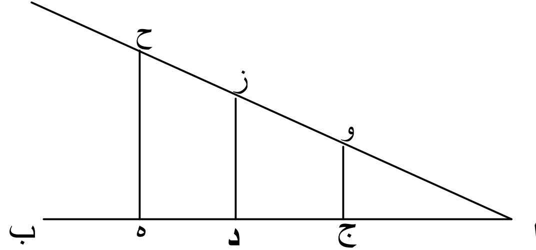
فباالقسمة ٢̅،٤٥٧٢ الخارج

النسب الجيبية (The Trigonometrical Ratios)

نسبة الجيبية **(Sine)** ونسبة نظير الجيبية **(Cosine)** نسبةالظل**(Tangent)**

هذه النسب مفيدة جدّا فى الحسابيات ونحن ههنابصددتصويرها وتبيين احكامها على سبيل الايجاز، وهذه النسب كل واحدة منها نسبة ضلعين من اضلاع المثلث القائم الزاوية وهي متحدة لزاوية معينة

ولاثر لطول الضلعين وقصرهما فان اردت الوضوح فانظر فى هذه الشكل



اب خط مستقيم وزاوية ا حادّة واضلاع(وج) و(زد) و(ح ه) اعمدة على (اب) وزوايا (اوج) و (ازد) و(اح ه) متساوية للدّاخلية والخارجية وزوايا(ا ج و) و (ا د ز) و (ا ه ح) قوائم وزاوية ا متممة للقائمة فهذه المثلثات الثلاث كل زاوية من كل منها مساوية لنظيرها من الاخرواذاكان الامر كذلك تكون المثلثات متناسبة الاضلاع كما بين فى موضعه

١) $\frac{\text{وج}}{\text{او}} = \frac{\text{زد}}{\text{از}} = \frac{\text{ح ه}}{\text{ا ح}}$ ٢) $\frac{\text{اج}}{\text{او}} = \frac{\text{ا د}}{\text{ا ز}} = \frac{\text{اه}}{\text{اح}}$

٣) $\frac{\text{وج}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{زد}}{\text{ا د}} = \frac{\text{حه}}{\text{ا ه}}$

النسبة الاولى هي الجيبية (Sine)

النسبة الثانية هي نظير الجيبية (Cosine)

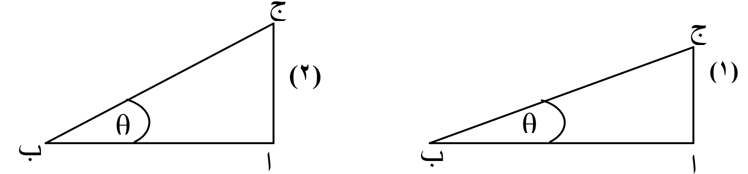
النسبة الثالثة هي الظلّية (Tangent)

وسيتضح لك انّ $\frac{\text{اج}}{\text{وج}}$ = نظير الظلّية (Co-tangent)

$\frac{\text{او}}{\text{وج}}$ = نظير القاطع (Co. secant)

$\frac{\text{او}}{\text{اج}}$ = القاطع (Secant)

النسبة الجيبيةونظيرها



(١) ا ب خط مستقيم واج قائم وج ب موتر للقائمة وب (θ) الزاوية المطلوبة النسبة $\frac{\text{اج}}{\text{ج ب}}$ هي النسبة الجيبية لزاوية ب (θ)

وهي نسبة الموتر للزاوية الى موتر القائمة

(٢) $\frac{\text{ا ب}}{\text{ج ب}}$ هي نسبة نظير الجيبية وهي نسبة موتر المتممة للقائمة الى موتر القائمة فجيبية ب = $\frac{\text{اج}}{\text{ج ب}}$ فاج = ج ب × جيبية ب

ونظيرجيبية ب = $\frac{\text{ا ب}}{\text{ج ب}}$ فاب = ج ب× نظيرجيبية ب

جداول النسب

اذا اردنا العمل بالنسب احتجنا الى جداول للنسب لكل زاوية وهاك قطعة منها ليقاس عليها الباقي

النسبة الجيبية (Natural Sine) (الفضل)

عدد	٠	٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤	١	٢	٣	٤	٥
١٥	٢٥٨٨ ،	٬٢٦٠٥	٬٢٦٢٢	٬٢٦٣٩	٬٢٦٥٦	٬٢٦٧٣	٬٢٦٨٩	٬٢٧٠٦	٬٢٧٢٣	٬٢٧٤٠	٣	٦	٨	١١	١٤

(١) البيت الاول للدرج المطلوب نسبتها

(٢) البيت الثانى للنسبة المطلوبة

(٣) اذاكانت مع الدرج دقائق توخذ النسبة من البيت المناسب من البيوت التسعة التالية ، هذا اذا كانت الدقائق ستة او بأضعافها، والا فمنها ومن البيت المناسب من بيوت الفضل .

مثلا اردنا نسبة الجيبية لدرجة ١٥ و٢٨ دقيقة فوجدنا من البيت تحت رقم ٢٤ هذا ٢٦٥٦، ومن بيت ٤ من بيوت الفضل هذا ١١ فالنسبة المطلوبة

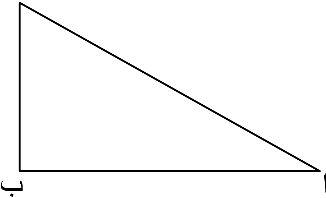
٢٦٥٦، +
٠٠١١
———
٢٦٦٧،

ويقاس على هذا الجداول سائر النسب ، ولكن ينبغي على الطالب ان يتنبه على انه اذا اخذ شيئا من بيوت الفضل النسب النظائر يطرح مايؤخذ منها مما اخذ من الاصول وستطلع على سرّذلك

مثال العمل

١) اذا كان بعد درجة الشمس ٤٥ج ما هو ميلها ؟

والميل الكلى ٢٣ج _ ٣٠ق

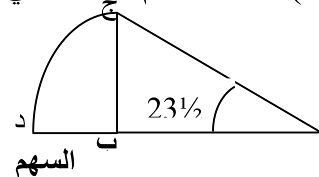


ا ج جيب ٤٥ج وزاوية ا مساو للزاوية للميل الكلي كمابيّن فى البرهان فهي ٢٣ج _ ٣٠ق والمطلوب ب ج ب ج / ا ج = جيبية ا

فب ج = جيبية ا×اج

جيبية 23°33' = ٣٩٨٧، (من الجدول) وجيب ٤٥ = ٧٠٧١، فب ج = ٣٩٨٧، × ٧٠٧١، وباللوغ هكذا لوغ ٣٩٨٧+ لوغ ٧٠٧١، = $\bar{1}$،٦٠٠٧ +$\bar{1}$،٨٤٩٥ = $\bar{1}$،٤٥٠٢ وعدده ٢٨١٩،قوسه ١٦ج _٢٢ق

(٢) اطلب السهم للميل الكلي :



اذا علمنا ا ب نعلم السهم لانه ٦٠-ا ب وطريق معرفة اب هكذا :

ا ج معروف لانه جيب تسعين

فاب / ا ج نظير جيبية 23°33' فاب = نظيرجيبية ٢٣-٣٠×١ج (٦٠)

ونظير جيبية 23°33' = ٩١٧١، (من الجدول)

فاب =٩١٧١،×٦٠ = ٥٥ج _١ق_٤٨ نى

فالسهم = ٦٠- ٥٥- ١_ ٤٨ = ٤ج_ ٥٨ ق _ ١٢ نى وباللوغ هكذا :

لوغ٩١٧١، + لوغ ٦٠ = $\bar{1}$،٩٦٢٤ +١،٧٧٨٢ = ١،٧٤٠٦ = لوغ ٥٥،٠٣ فالسهم = ٦٠ _ ٥٥،٠٣ درجة اى ٤،٩٧ (٤ج _ ٥٨ ق _ ١٢ نى)

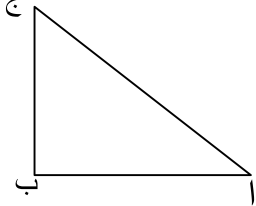
واعلم ان النسبة الجيبية لكل زاوية تساوى لنسبة نظيرالجيبية لمتمّمتها الى قائمة والعكس

الجيبية لج = ا ب / ا ج

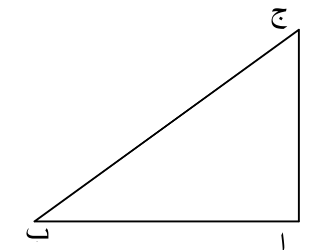
نظيرالجيبيةلأ = ا ب / ا ج

نظير الجيبية لح = ب ج / ا ج

الجيبة لأ = ب ج / ا ج



النسبة الظلّية (Tangent)



ا ج / ا ب = هي النسبة الظلّية لب وهي نسبة عمود رقم احد ضلعي زاوية معينة على الضلع الاخر اليه

مثال العمل:

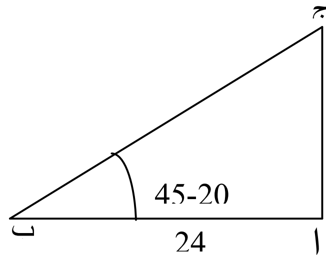
سمت قبلة بلدة ٢٠ج _ ٤٥ شمالى فاذا اردنا التخطيط لمسجد وعيّنا جهة المشرق فكم اصبعا من اصابع النجاريتقل بها الخيط المطابق على خطّ المشرق والمغرب الى الشمال ؟

ا ج / ا ب = ظلّية ب

ا ج = ظلّية ب × ا ب

زاوية ب معلوم (20° 45’)

وظلّيتها ٣٧٨٩، (من الجدول) واب معلوم (٢٤ اصبعا)



پاج = ٣٧٨٩، × ٢٤ = ٩،٠٩

وباللوغ هكذا : لوغ ٣٧٨٩، + لوغ ٢٤ = ١̄،٥٧٨٥ + ١،٣٨٠٢

= ٩٥٨٧، وعدده ٩،٠٩٣

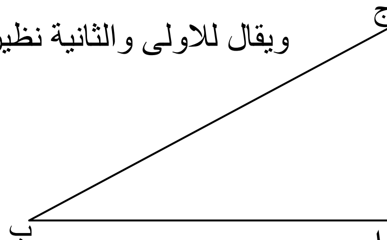
النسبة المعكوسة

وهي (١) معكوس الجيبية (Cosecant) ١ / جيبية

(٢) معكوس نظير الجيبية (Secant) ١ / نظير الجيبية

(٣) معكوس نظير الظلّية (Cotangent) ١ / ظلّية

ويقال للاولى والثانية نظير القاطع والقاطع على الترتيب



ا ج / ج ب = جيبية لب ج ب / ا ج = معكوس الجيبية لب (Cosec)

ا ب / ب ج = نظير الجيبية لب ج ب / ا ب = معكوس نظير الجيبية لب (Sec)

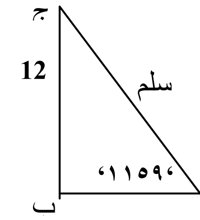
ا ج / ا ب ا ب / ا ج

ـــ = ظلّية ب ـــ = نظير ظلّية ب (Cot)

واعلم ان ظلّية زاوية تساوى نظير ظلّية المتممة لها الى القائمة انظر فى الشكل السابق ا ج / ا ب = ظلّية ب وهي بعينها نظير ظلية ج

مثال العمل

١) ارتفاع حائط ١٢، ونريد ان ننصب اليه سلما من فاصلة ٢،١١٥٩ من اصل الجدار فماذا يكون طول السلم حرّر الجواب على طريق نظير القاطع والقاطع كليها



اذا علمنا قدر زاوية ا امكن لنا حل المسئلة على طريقين المذكورين وسبيل معرفة ذلك الزاوية هكذا:

ظلية = 12 / ٢،١١٥٩

= ٥،٦٧١٣ = ظلية ٨٠ درجة

ثم اج / ١٢ = نظيرقاطع ٨٠

فاج = ١٢ × نظيرقاطع ٨٠

= ١٢ × ١،٠١٥٤

= لوغ ١٢+ لوغ ١،٠١٥٤

= ١،٠٧٩٢ + ،٠٠٦٤

= ١،٠٨٥٦ = لوغ ١٢،١٨

ايضا اج / ،١١٥٩ = قاطع ٨٠ درجة

فا ج = ٢،١١٥٩× قاطع ٨٠ = ٢،١١٥٩ × ٥،٧٥٨٨

= لوغ ٢،١١٥٩ + لوغ ٥،٧٥٨٨

= ٣٢٥٥‘ + ٧٦٠٣‘ = ١‘٠٨٥٨

= لوغ ١٢‘١٨

١) ارتفاع شاخص اثنا عشر ذراعا فما ظلّه المبسوطة اذا كان ارتفاع الشمس ٤٠ درجة ؟

$\frac{\text{اب}}{١٢}$ = نظير ظلّية ٤٠

فاب = ١٢× نظيرظلّية ٤٠

= ١٢×١‘١٩١٨

= لوغ ١٢+ لوغ ١‘١٩١٨

= ١‘٠٧٩٢ + ‘٠٧٦٢

= ١‘١٥٥٤

= لوغ ١٤‘٣٠

احكام النسب: الجيبية

١) النسب الجيبية لدرجة ٠ = ٠

٢) النسب الجيبية ل ٩٠ = ١

٣) اذا زادت الزاوية من ٠ الى ٩٠ ازدادت هذه النسبة

نظيرالجيبية :

١) نظيرجيبية ٠ = ١

٢) اذا زادت الزاوية من ٠ الى ٩٠ نقصت هذه النسبة

٣) نظيرجيبية ٩٠ = ٠

الظلية:

١) ظلّية ٠ = ٠

٢) اذا زادت الزاوية زادت هذه النسبة

٣) ظلّية ٤٥ = ١

٤) تزيد هذه النسبة على (١) للزاويا اعظم من ٤٥

٥) اذا قربت الزاوية الى تسعين ازدادت النسبة ازديادا كبيرا

٦) اذا بلغت الزاوية تسعين فلاانتهاء لهذه النسبة وعلامة مالاينتهى عندهم هكذا (∞)

واذا نظرت فى الجداول حق النظر يظهر لك هذه الامور وبيان علّتها يطول به الكلام فلتكن المطولات المرام وهذه الجداول ويقال لها فى الانكليزية ماتماتكّل تابلس (Mathematical Tables) تجدها عند تجار الكتب المدرسيّة والكليّة .

لوغاريدم هذه النسب :

لايخفى عليك ان العمل بطريق اللوغريدم اسهل جدّا ‘ فاذا اجرينا الاعمال بهذه النسب بطريق اللوغاريدم احتجنا الى نوعين من الجداول الاول جداول النسب والثانى جداول لوغاريدم ‘ مثلا اردنا ضرب جيبية °٥٥ فى جيبية °٤٥ فعملنا هكذا : جيبية ٥٥×جيبية ٤٥ =٨١٩٢‘× ٧٠٧١‘وباللوغ لوغ ٨١٩٢‘+ لوغ ٧٠٧١‘ = ١̄‘٩١٣٤ +١̄‘٨٤٩٥ = ١̄‘٧٦٢٩

فلتقليل مؤنة العمل وضعوا جداول للوغاريدم هذه النسب ‘ فنجدها مباشرة ‘وعلى ذلك نعمل العمل المذكور هكذا

جيبية °٥٥ × جيبية°٤٥

= لوغ جيبية °٥٥ + لوغ جيبية °٤٥ = ١̄‘٩١٣٤ +١̄‘٨٤٩٥

الجزأ الصحيح للوغاريدم النسب

لهم طريقان لرقم الجزأ الصحيح من لوغاريدمات هذه النسب اذاكانت ناقصة الاول هكذا : لوغ جيبية ٢٠ ج = $\bar{1}$٬٥٣٤١ (مثل مطلق لوغ) والثانى بازالة النقص ولذلك يزيدون على الجزأ الصحيح عشرة زائدة فلوغ جيبية ٢٠ ج = ٩٬٥٣٤١ فان اردت ان تجعل هذه الصورة مثل الاولى – وهي الاسهل عند العمل – فانقص عشرة من الجزأ الصحيح

واعلم انه لايوجد فى بعض الجداول لوغ النسب المعكوسة وترك اعتمادا على تخريج الطالب لها من الاصول

فنسبة معكوس الجيبية لزاوية مفروضة (θ) = $\frac{١}{\text{جيبية } \theta}$

ولوغ معكوس الجيبية ل(θ) = لوغ ١- لوغ الجيبية θ

= ٠- لوغ جيبية θ

= - لوغ جيبية θ

ولايخفى انه اذا كان الجزأ الكسرى ناقصا يجعل زائدا مع التعديل على اصطلاحهم مثلا

لوغ معكوس جيبية ٢٥ ج =- لوغ جيبية ٢٥° = - ($\bar{1}$٬٦٢٥٩) فباالتحويل هي ٠٬٣٧٤١

اختتم المطلوب بحمدالله الملك الوهاب وصلى الله تعالى على خير خلقه سيدنا محمد والآل والاصحاب ، والاختتام ضحوة الثلاثاء لعشرخلون من رمضان المبارك اثنين وثمانين وثلاثمأة والف من هجرة من لولاه لما خلق الافلاك .